

水位予測における粒子フィルタの 適用上の課題とその対応

A METHOD TO SOLVE A PROBLEM ON APPLYING THE PARTICLE FILTER
FOR WATER LEVEL PREDICTION

辻倉裕喜¹・田中耕司²・宮本賢治³

Hiroki TSUJIKURA, Kohji TANAKA and Kenji MIYAMOTO

¹正会員 修 (工) (株) 建設技術研究所大阪本社 (〒541-0045 大阪市中央区道修町1-6-7)

²正会員 博 (工) (株) 建設技術研究所大阪本社 (〒541-0045 大阪市中央区道修町1-6-7)

³非会員 修 (工) (株) 建設技術研究所大阪本社 (〒541-0045 大阪市中央区道修町1-6-7)

This paper describes a problem and a method to solve a problem on the particle filter which is applied for the water level prediction. A water level prediction model at the Yodo River has been constructed using the particle filter with the state variables such as the upstream and lateral discharge. We found the prediction model needs improvement from the results of the water level prediction by two floods, Typhoon No.18 (2013) and Typhoon No.11 (2014). Not only the upstream and lateral discharges, we newly added the Manning's coefficient to state variables, and then we found the improvement of the accuracy of the estimation of the upstream and lateral discharge. Moreover, we found that an increase of the number of state variables does not assure the improvement of the accuracy of the estimation of the boundary discharges even if the number of particle is increased. In a real-time water level prediction, it is important to consider the balance of the setting of state variable and the number of particle.

Key Words : Particle Filter, State Variable, Water Level Prediction

1. はじめに

洪水予測の分野では、時々刻々得られる観測データを用いて流出モデルの状態量やパラメータの値を逐次推定しつつ数時間先の流量を予測する手法が開発されてきた^{1,2)}。また、洪水予報や水防警報などの洪水情報としては水位の予測情報の提供が重要となるが、時々刻々の水位データを使用して水位予測モデルの状態量やパラメータの値を逐次推定しつつ数時間先の水位を予測する手法の開発についても、近年数多く試みられている。

上記のようなフィルタリング手法を水位予測モデルに導入した推定手法として、Shiiba *et al.*³⁾は一次元不定流モデルにカルマンフィルタを適用し、水位と流量を逐次推定する手法を開発した。立川ら⁴⁾は、淀川水系桂川の流況再現に一次元不定流モデルを用い、現時刻における計算水位を観測水位に同化させるために粒子フィルタを適用しており、粗度係数と河道断面形状および上流端に与える流量にかかる係数を状態量とし逐次推定して水位予測を行う方法を示した。Kim *et al.*⁵⁾は、河道内地形や粗度係数等の平面的な変化をより適切に考慮するために

平面二次元不定流モデルを導入し、粒子フィルタにより粗度係数と境界条件を時々刻々推定しながら水位を予測する方法を示した。

一方、田中ら⁶⁾は、淀川三川合流部前後の複雑な流況に対して一次元不定流モデルを用い、計算時間の制約がある洪水予測システムにおいて状態量の数をできるだけ少なくすること、計算の安定性を確保すること等の目的から、状態量を上流端に与える流量と残流域流出量等にかかる係数のみとした粒子フィルタを適用し、時々刻々のリアルタイムの水位予測を行う手法を提案している。ここで、同手法の課題として、水位の上昇等に伴う粗度係数などのパラメータの変化を考慮できないため、特に規模が大きい洪水においては、そのことが要因となりフィルタリング後の上流端流量と流量観測値等とが整合せず、水位予測に影響を及ぼすことが考えられる。

本論では、田中ら⁶⁾が提案している手法を基本とし、近年生起した規模が大きい2013年台風18号および2014年台風11号を対象に、粒子フィルタによる水位予測を行う。その結果から、状態量を各流量にかかる係数のみとした場合のフィルタリング後の境界流量の再現性を把握する。不整合が認められる場合には、粗度係数を状態量に追加

することによる境界流量の再現性向上の効果や粒子数を増やす必要性などを評価する。こうした一連の検討より、リアルタイムシステムに要求される計算速度の観点なども踏まえて、水位予測における粒子フィルタの適用上の課題とその対応方法のあり方について考察する。

2. 水位予測モデルの概要

(1) 水位予測モデルの構成

淀川水系の洪水予測システム⁶⁾は、木津川・宇治川・桂川の上流部で分布型流出モデルを適用し、観測所毎に水位予測を行っている。また、**図-1**に示すように、下流の三川合流部前後の区間においては、分布型流出モデルにより算出した流出量を上流端条件および残流域からの横流入条件とし、枚方地点のHQ式を下流端条件として与える不定流モデルにより水位予測を行っている。

本論では、淀川三川合流部前後の区間を対象として、枚方地点の流量を用い、区間内の河道パラメータや境界条件として与える流量などを逐次推定しながら、区間内の水位を予測することを考える。なお、不定流モデルの非線形性を考慮するため、フィルタリング手法には後述する粒子フィルタを用いる。ここで、加茂地点、桂地点、残流域の流量にかかる係数、さらには粗度係数にかかる係数などを、状態量として粒子化の対象とする。また、枚方地点のHQ式の変化を考慮するために、枚方地点の流量を調整する基底流量 (300m³/s) を設定し、これにかかる係数も状態量とする。

(2) 不定流モデルの概要

淀川三川合流部前後の区間における水位予測モデルに適用されている不定流モデルの基礎式を以下に示す。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (1)$$

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{n^2 |Q| Q}{A^2 R^{4/3}} \quad (2)$$

t は時間座標、 x は流下方向にとった空間座標、 A は通水断面積、 Q は流量、 g は重力加速度、 H は水位、 R は径深、 n は粗度係数である。

(1)式と(2)式を陽形式差分法 (2step Lax Wendroff法⁷⁾) によって解く。計算の安定性を考慮し、差分時間間隔を2.5s、空間間隔を約200mとして差分計算を行う。2step Lax Wendroff法においては、下流端の格子に(2)式を使用できず、(1)式のみ使用することとなる。このため、水位、流量、HQ式のいずれかを与えることにより、下流端の水位や流量を求めることになる。下流端条件にHQ式を設定する場合は、(1)式とHQ式を連立させることにより、水位および流量が求まる。この部分のみ陽形式では計算できないため、陰解法を適用している。

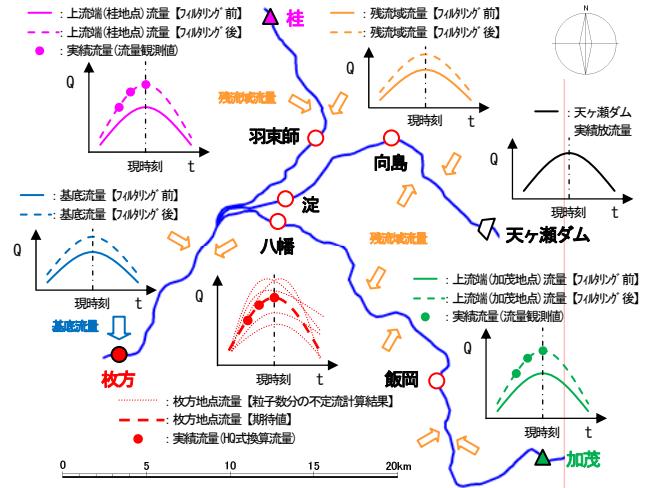


図-1 淀川三川合流部における水位予測手法の構成

3. 粒子フィルタによるデータ同化手法

粒子フィルタ^{8,9)}は、非線形・非ガウス型のあらゆる状態空間モデルに適用できるフィルタリング手法である。状態量の確率分布を多数のサンプル (粒子) の実現値で近似的に表現することが特徴である。類似の手法であるアンサンブルカルマンフィルタのように、状態量の事後分布を求める際にカルマンゲインを用いるのではなく、観測値によって定まる各粒子の尤度 (適合度) を用いる。

(1) 粒子フィルタのアルゴリズム⁴⁾

非線形・非ガウス型の状態空間モデル

$$x_t = f(x_{t-1}, u_t) \quad (3)$$

$$y_t = h(x_t, v_t) \quad (4)$$

を考える。 x_t は時刻 t の k 次元の状態ベクトル、 y_t は時刻 t の l 次元の観測ベクトルであり、 u_t 、 v_t はガウス分布とは限らない確率密度関数に従うシステムノイズと観測ノイズであり、白色ノイズとする。 f 、 h は状態ベクトルに関する非線形関数で、(3)式は状態ベクトルの時間発展を表す状態方程式、(4)式は観測方程式である。

一期先の状態 x_t の推定値の確率分布 (事前分布) は

$$p(x_t | Y_{t-1}) = \int p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | Y_{t-1}) dx_{t-1} \quad (5)$$

と表される。ここで、 $Y_{t-1} = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_2, y_1)$ とする。また、時刻 t までの観測ベクトル Y_t が得られた後、フィルタリングされた状態 x_t の確率分布 (事後分布) は、ベイズの定理により

$$p(x_t | Y_t) = \frac{p(y_t | x_t) p(x_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \quad (6)$$

と表される。粒子フィルタではこれら条件付き確率分布

を多数の粒子の実現値を用いて近似する。具体的には、(5)式の事前分布を

$$p(x_t | Y_{t-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t|t-1}^{(i)}) \quad (7)$$

と近似する。\$N\$ は粒子数、\$\delta(\cdot)\$ はDiracのDelta関数で、\$x_{t|t-1}^{(i)}\$ は時刻\$t\$の\$i\$番目粒子の事前推定値である。これを(6)式に代入して、事後分布が(8)式となるように\$x_{t|t}^{(i)}\$を設定する。

$$p(x_t | Y_t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t|t}^{(i)}) \quad (8)$$

(7)式と(8)式の\$x_{t|t-1}^{(i)}\$、\$x_{t|t}^{(i)}\$は、以下の手順で求める。

- ① 初期設定：現在時刻を\$t-1\$とする。\$i\$番目の粒子 (\$i = 1, \dots, N\$) について、フィルタリング後の状態\$x_{t-1|t-1}^{(i)}\$が得られているとする (図-2の第1列)。
- ② 時間更新：状態方程式(3)式を用いて\$i\$番目の粒子 (\$i = 1, \dots, N\$) の推定値\$x_{t|t-1}^{(i)}\$を求める (図-2の第2列)。これにより事前分布が(7)式より定まる。
- ③ フィルタリング：(6)式の\$p(y_t | x_t)\$は状態\$x_t\$の時に観測値\$y_t\$を得る確率 (尤度) であり、(4)式から別途定まる\$R(y_t | x_{t|t-1}^{(i)})\$によって得られるとする。

図-2の第3列の粒子の大きさは尤度の大小の関係を表現しており、観測値に対する適合度が高いほど尤度が大きいことを示す。(6)式の\$p(y_t | Y_{t-1})\$は

$$p(y_t | Y_{t-1}) = \int R(y_t | x_t) p(x_t | Y_{t-1}) dx_t \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) \quad (9)$$

となり、(7)式と(9)式を(6)式に代入し、事後分布を

$$p(x_t | Y_t) \approx \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \delta(x_t - x_{t|t}^{(i)}) \quad (10)$$

として得る。ここで\$w_t^{(i)}\$は正規化した尤度である。

- ④ リサンプリング：正規化した尤度 (重み) \$w_t^{(i)}\$に比例する割合で\$x_{t|t-1}^{(i)}\$を復元抽出し、抽出した粒子を\$x_{t|t}^{(i)}\$とする (図-2の第4列)。抽出された粒子の合計は\$N\$個で、各粒子の重みは全て\$1/N\$となり、最終的に(8)式が得られる。
- ⑤ 時間を更新して①に戻る。

上記により、\$x_t\$の最適推定値\$\hat{x}_t\$と推定誤差分散\$\sigma_t\$は

$$\hat{x}_t \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{t|t}^{(i)} = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} x_{t|t}^{(i)} \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{t|t}^{(i)} - \hat{x}_t)^2 = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} (x_{t|t}^{(i)} - \hat{x}_t)^2 \quad (12)$$

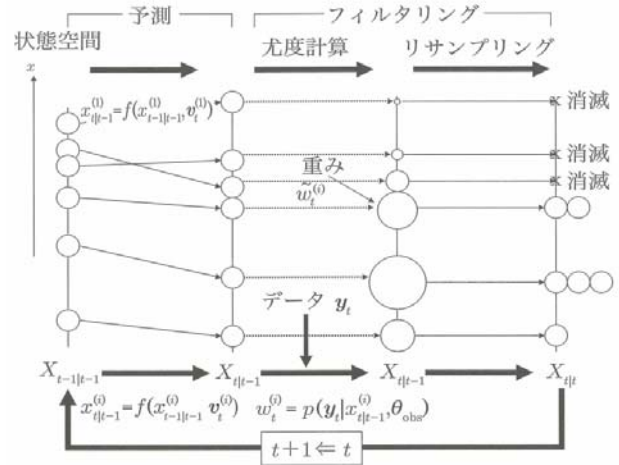


図-2 粒子フィルタのアルゴリズムの概念図⁹⁾

として求められる。信頼幅を表す95%値などについても\$x_{t|t-1}^{(i)}, i = 1, \dots, N\$から直接求めることができる。

(2) リサンプリング

重み \$w_t^{(i)}\$を持った粒子 \$x_{t|t-1}^{(i)}\$ の分布を、重みが等しい粒子で表現できるように粒子を復元抽出し、\$x_{t|t}^{(i)}\$を得ることがリサンプリングの目的である。リサンプリング法には、重みの大きい順に抽出する方法 (重み順方式) や重み付きランダムサンプリングがある。重み順方式は、粒子の中から重みの最大値を抽出する計算が必要になり、重み付きランダムサンプリングより時間を要す。しかし、重み順方式は重みの小さい粒子が選択される確率が低いため、粒子数が少ない場合でも解が安定する傾向にあるので、本論ではこれを採用した。

具体的には、まず粒子の重み \$w_t^{(i)}\$ が計算された後、以下により \$d_j^{(i)}\$ を求める。

$$d_j^{(i)} = w_t^{(i)} / (m_j^{(i)} + 1) \quad (13)$$

\$m_j^{(i)}\$ は、最初0個で、粒子 \$i\$ が \$j\$ 回目までに抽出された個数の総和とする。\$j = 1, 2, \dots, N\$ の順番に \$d_j^{(i)}\$ が最大となる粒子 \$i\$ に対して配分数 \$m_j^{(i)}\$ を一つ増やす。これを粒子の総数 \$N\$ 回分繰り返すことにより復元抽出が完了する。\$d_j^{(i)}\$ の値が等しくなる場合は、番号の若い粒子を抽出することにした。

(3) システムノイズの追加

特定粒子の重みが大きくなり粒子のパターンが固定化してしまうと、状況の変化に適応できなくなり推定精度が低下する。これに対処するために、リサンプリング後に各粒子の状態量に攪乱を与える。攪乱の与え方には様々な手法が考えられるが、ここでは、時間更新の段階で正規分布に従うシステムノイズを追加することにより、特定粒子のみが選択されない工夫を行う。具体的な設定については後述する。

4. 水位（流量）予測方法

(1) 枚方地点の流量予測方法

枚方地点の水位をHQ式で変換した流量を対象として、加茂地点、桂地点、残流域の流量や、基底流量にかかる係数、さらには粗度係数にかかる係数などの状態量を、粒子フィルタによりフィルタリングする。

一期先の状態量の確率分布を推定する時間更新では、一期前の状態量にシステムノイズを追加 ($x_t = x_{t-1} + u$) するのみとする。各流量にかかる係数のシステムノイズを平均0、分散 0.05^2 、粗度係数にかかる係数のシステムノイズを平均0、分散 0.03^2 のガウス分布とした。粒子の多様なパターンを確保するためには、これらの値をある程度の大きさに設定する必要があるが、特に今回新たに状態量に追加する粗度係数にかかる係数に攪乱を加える場合には、前時刻の値と極端に異なる値が設定されると計算が不安定になることがある。これを回避するには、分散の値を小さく設定すればよいが、値が小さすぎると急激な変化に追従できない場合がある。上記のシステムノイズの値については、これらのトレードオフの関係を考慮した感度分析により設定した。

観測値（枚方地点HQ換算流量）は1時間毎に得られるとし、1時間毎にフィルタリングを実施する。(4)式から定まる尤度関数を正規分布の確率密度関数とし、

$$R(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp \left\{ -\frac{(y_{t,cal}^{(i)} - y_{t,obs})^2}{2\sigma_y^2} \right\} \quad (14)$$

とする。 $R(y_t | x_{t|t-1}^{(i)})$ は粒子 $x_{t|t-1}^{(i)}$ の尤度、 $y_{t,cal}^{(i)}$ は時刻 t の i 番目の粒子の観測推定値、 $y_{t,obs}$ は観測値である。 σ_y は観測値の標準偏差であり、HQ換算流量に5%程度の観測誤差があるものとした。

不定流解析は現時刻から遡った12時間前から開始する。これは、現時刻における枚方地点の水位や流量は、洪水到達時間程度（12時間）前からの降雨量や上流端流量、残流域流出量の影響を受けていると考えたことによる。現時刻においては、(14)式で尤度を求め、観測値更新後の流量の確率分布を推定する。また、将来の予測値は、現時刻の状態量が継続するものとして推定する。

(2) 枚方地点上流の水位予測方法

上記は、枚方地点での予測を重視した方法であるが、不定流解析結果は、枚方地点上流の水位予測においても有効な情報であるため、これらを用い、上流の観測値に適合する水位を別途推定する方法を考える。

上流の水位観測所において、現時刻における水位観測値と不定流解析水位との間の重みを(15)式により算定し、加重平均により水位の期待値を推定する方法とした。

$$\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^k |\Sigma|^{k/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} |X_c - X_o| \Sigma^{-1} |X_c - X_o|^T \right\} \quad (15)$$

ここに、 X_c は解析水位の行列、 X_o は観測水位の行列、 Σ は誤差共分散行列、 k は水位観測所数である。また、

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{H1}^2 & \rho_{H1H2} \sigma_{H1} \sigma_{H2} & \cdots \\ \rho_{H2H1} \sigma_{H2} \sigma_{H1} & \sigma_{H2}^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (16)$$

とし、水位の観測誤差 σ_{H_i} を0.5m、誤差の相互相関係数 ρ_{H_i} を0.3と設定した。なお、将来における予測値は、現時刻の重みが継続するものとして推定する。

5. 適用条件の違いによるデータ同化結果の評価

近年生じた洪水規模が大きい2013年台風18号および2014年台風11号を対象に、粒子フィルタによる状態量のデータ同化ならびに水位予測を行う。

(1) 状態量の違いによるデータ同化結果の評価

田中ら⁹⁾の水位予測モデルでは、上流端流量や残流域流出量などの境界流量の初期設定に、分布型流出モデルより算定された流出量を与えている。本論では、残流域流出量などの初期設定には、分布型流出モデルより算定された流出量を与えるが、上流端流量の初期設定には、実測値との誤差を少なくすることを目的として、前年度確定HQ式で水位を換算した流量を与えるものとする。これら各流量にかかる係数のみを状態量とし、粒子数を200個とした場合の水位予測結果とデータ同化結果を、**図-3(a),(b),(c)**、**図-4(a),(b),(c)**に示す（**(c)**は係数の期待値をフィルタリング前の流量にかけた値を青線で表示）。なお、粒子数の設定については、リアルタイムシステムに要求される計算速度（予測結果の10分毎送信に対する即時性を確保できる速度）の観点から、並列計算しない場合には200個程度が限界であると判断したものである。

上記の結果より、現時刻における枚方地点の水位や、1時間先の枚方上流地点における予測水位については、再現性が高いことが伺えるが、フィルタリング後の加茂地点や桂地点の流量については、逆解析的な側面からは整合する必要がある流量観測値等から乖離していることが分かる。これらの乖離の要因として、対象洪水の規模が大きく、洪水時の水位上昇等に伴って粗度係数などの河道パラメータが変化したことが推察される。この場合、河道パラメータの変化が本来受け持つはずの流量変化分を上流端流量や残流域流出量により調整しているため、現時刻水位や1時間先の予測水位には影響は少ないが、数時間先の予測水位の精度に影響を及ぼす可能性があると考えられる。また、不定流解析の安定性等にも影響を及ぼす可能性があるため、改善の余地がある。

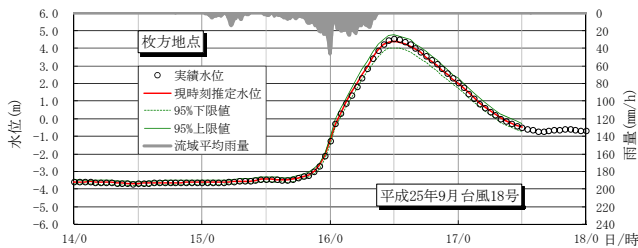


図-3(a) 枚方地点の現時刻推定水位(2013年台風18号)

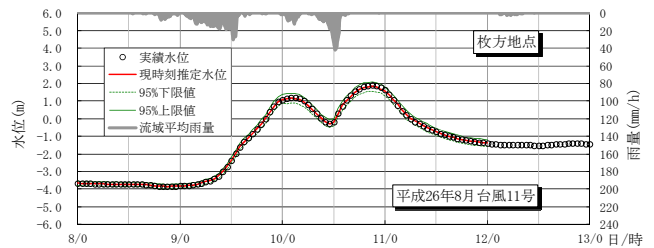


図-4(a) 枚方地点の現時刻推定水位(2014年台風11号)

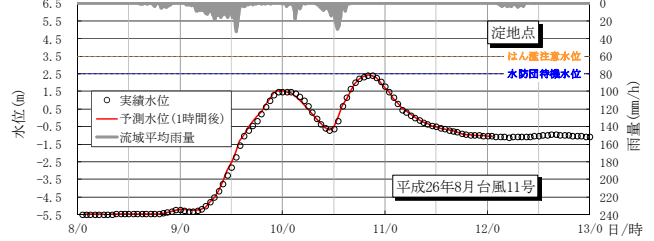
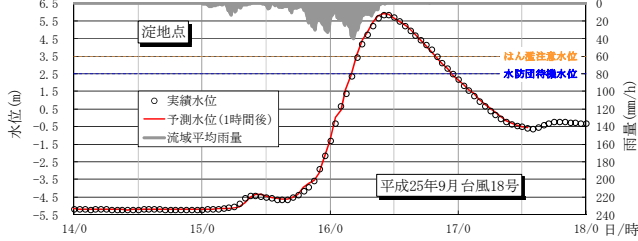
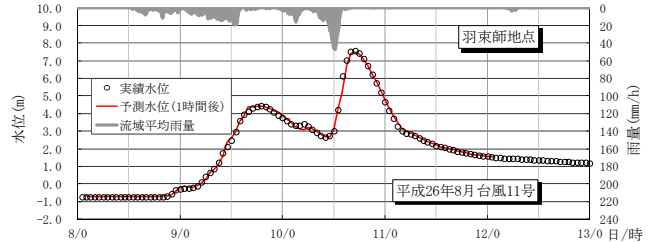
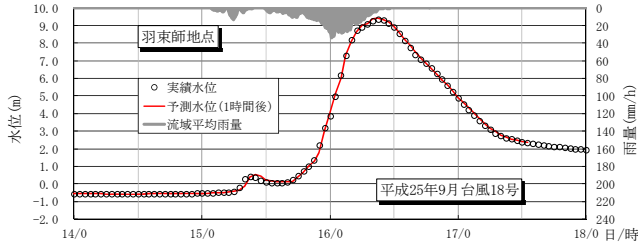
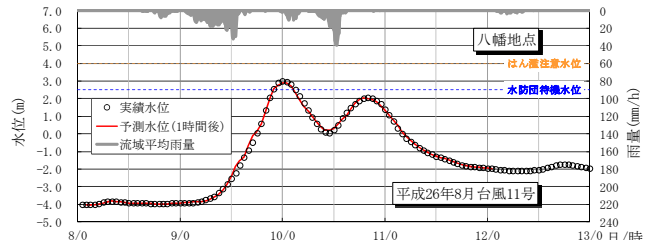
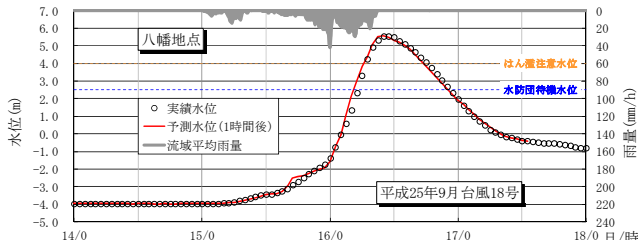


図-3(b) 上流地点の1hr先予測水位(2013年台風18号)

図-4(b) 上流地点の1hr先予測水位(2014年台風11号)

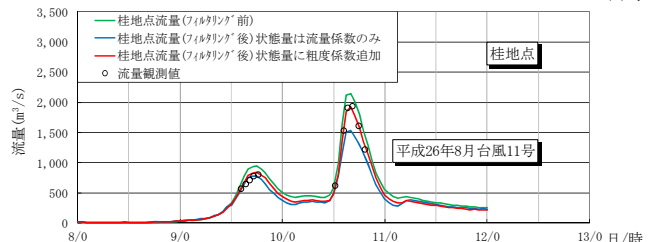
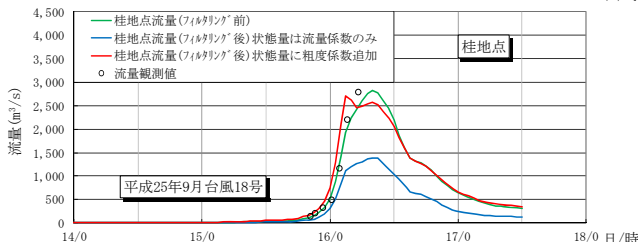
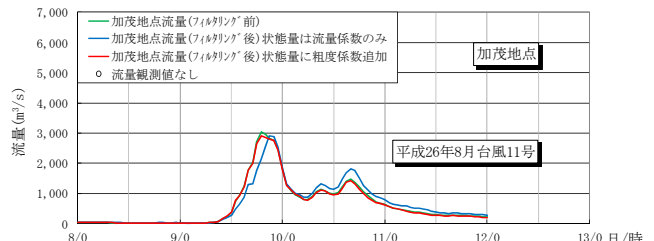
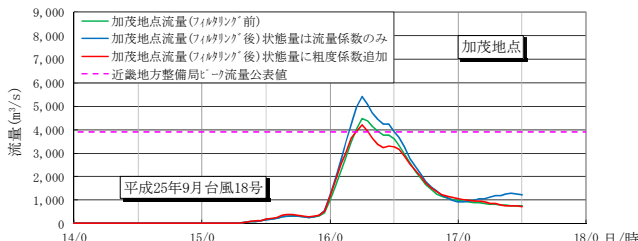


図-3(c) 加茂・桂地点流量の整合性(2013年台風18号)

図-4(c) 加茂・桂地点流量の整合性(2014年台風11号)

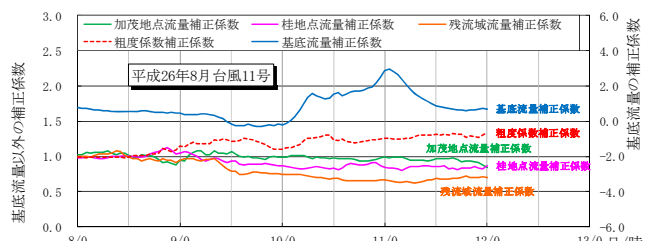
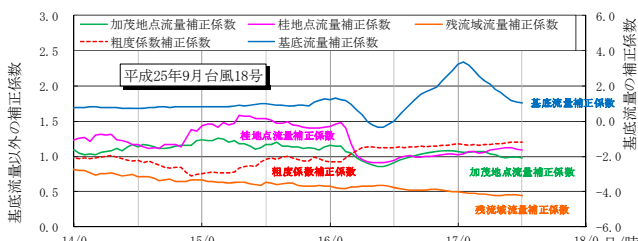


図-3(d) 状態量(粗度係数追加)の変化(2013年台風18号)

図-4(d) 状態量(粗度係数追加)の変化(2014年台風11号)

そこで、状態量に粗度係数にかかる係数を追加して、粒子数を200個のままとし同様のフィルタリング計算を実施する。データ同化結果を、**図-3(c),(d)**、**図-4(c),(d)**に示す（**(c)**は係数の期待値をフィルタリング前の流量にかけた値を赤線で表示、**(d)**は各係数の期待値を表示）。なお、粗度係数の初期設定は、既往洪水の再現計算から得られた値とし、河川別・縦断別に淀川0.043~0.045、宇治川0.048、木津川0.043~0.045、桂川0.035と設定した。

上記の結果より、フィルタリング後の加茂地点および桂地点の流量について、流量観測値等の再現性が大幅に改善していることが分かる。特により流量規模の大きい2013年台風18号では、水位上昇に伴い粗度係数が変化し、上流端流量や残流域流出量とともに枚方地点流量を調整しており、概ね妥当な結果を示していると評価できる。なお、水位予測結果も妥当であることは確認している。

(2) 粒子数の違いによるデータ同化結果の評価

上記の粗度係数にかかる係数を状態量に追加した計算では、その係数を淀川三川の各河川において一律で調整することとしている。ここでは、実際に各河川の河道内で生起している状況には違いがあると考え、各河川毎に粗度係数にかかる係数を用意し、各流量にかかる係数とあわせて計8つの状態量を設定してフィルタリング計算を行う。粒子数を200個のままとしたデータ同化結果を**図-6**に示す。また、粒子数を500個に増やしデータ同化を行った結果を**図-7**に示す。

上記の結果より、粒子数を500個に増やすことにより再現性は改善される傾向にあるが、いずれの場合でもフィルタリング後の桂地点の境界流量は、流量観測値と整合していないことが分かる。粒子数200個については、上述のとおり、淀川水系洪水予測システムに要求される計算速度（予測結果の10分毎送信に対する即時性を確保できる計算時間）の観点から設定しているものである。したがって、粒子数をそれ以上に増やさなければ、その変化の妥当性が見込めないような状態量設定についてはリアルタイムの運用には適さないと評価する。

6. おわりに

本論では、田中ら⁶⁾が提案している手法を基本とし、近年生起した規模が大きい2013年台風18号および2014年台風11号を対象に、粒子フィルタを用いたデータ同化と水位予測を行った。それらの結果から、状態量を各流量にかかる係数のみとした場合のフィルタリング後の境界流量の再現性には不整合が認められることが分かった。

そこで、粗度係数を状態量に追加することにより境界流量の再現性の向上を試みた結果、流量観測値等と整合しつつ粗度係数が適切な範囲で変化するといったデータ同化結果を得ることができ、本手法の妥当性が示された。

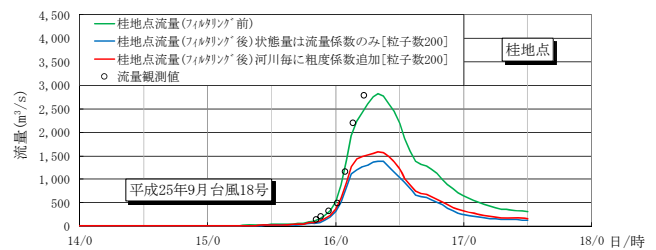


図-5 桂地点流量の整合性(2013年台風18号)粒子数200

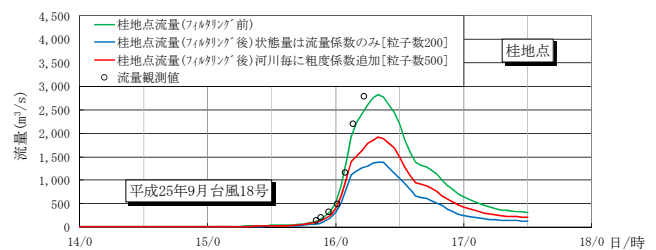


図-6 桂地点流量の整合性(2013年台風18号)粒子数500

状態量の数を多く設定すると粒子数を増やしても境界流量の再現性等について妥当な結果が得られないことが分かった。粒子フィルタを用いた水位予測では、本論の手順等により、システムに求められる即時性と状態量や粒子数の設定とのバランスに留意することが重要である。

謝辞：洪水データは国土交通省近畿地方整備局淀川ダム統合管理事務所から提供を受けた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・研究所：「実時間洪水予測システム理論」解説書，2004。
- 2) 佐山敬洋，立川康人，寶馨：バイアス補正カルマンフィルタによる広域分布型流出予測システムのデータ同化，土木学会論文集B，64(4)，pp.226-239，2008。
- 3) Shiiba, M., X. Laursen, and Y. Tachikawa : Real-time stage and discharge estimation by a stochastic-dynamic flood routing model, *Hydrological process*, 47(3), pp.481-495, 2000.
- 4) 立川康人，須藤純一，椎葉充晴，萬和明，キムスンミン：粒子フィルタを用いた河川水位の実時間予測手法の開発，土木学会論文集B1(水工学)，67(4)，pp.I_511-I_516，2011。
- 5) Kim, Y., Y. Tachikawa, M. Shiiba, S. Kim, K. Yoroazu, and S. Noh : Short term prediction of water level and discharge using a 2D dynamic wave model, *Journal of Japan Society Civil Engineers*, 68(4), pp.I_25-I_30, 2012.
- 6) 田中耕司，辻倉裕喜，大八木豊，杉浦正之，森田宏，志鹿浩幸，井川智博：淀川三川合流区間を対象にした水位予測システムの開発，河川技術論文集，19，pp.241-246，2013。
- 7) 伊藤剛：数値解析の応用と基礎（水理学を中心として），pp.89-99，アテネ出版，1971。
- 8) 北川源四郎：時系列解析入門，岩波書店，2005。
- 9) 樋口知之：粒子フィルタ，電子情報通信学会誌，Vol.88，No.12，pp.989-994，2005。

(2015.9.30受付)